

# Empleo de la programación lineal en la formulación de raciones al mínimo costo para la suplementación de rumiantes a pastoreo

Soto Silva, C.<sup>1</sup> ; Reinoso Ortiz, V.<sup>1</sup>



## RESUMEN

Se propone un modelo de programación lineal alternativo de fácil implementación e interpretación para formular raciones al mínimo costo que contempla la sustitución forraje - suplemento. El modelo básico consta de 5 restricciones y 2+n variables, donde n es el número de suplementos. En el modelo el consumo de materia seca de pastura sin suplementación y la tasa de sustitución son valores estáticos mientras que el consumo de suplemento y de pastura con suplementación son variables a determinar. Se ejemplifica la utilidad del modelo frente a los modelos tradicionales.

**Palabras clave:** programación lineal, formulación de raciones al mínimo costo, tasa de sustitución, suplementación a pastoreo.

## SUMMARY

This work propose an alternative model of linear programming for least cost ration formulation to consider the substitution forage - concentrate. The basic model consists in 5 restrictions and 2+n variables, where n is the number of supplements. In the model dry matter intake of pasture without supplementation and substitution rate are a static value, while the intake of supplements and pasture with supplementation are variables has been determine. This article exemplify the utility of propose model front traditional models.

**Key words:** linear programming, least cost ration formulation, substitution rate, grazing supplementation.

## INTRODUCCIÓN

Los sistemas ganaderos pastoriles basan su alimentación en el aporte que realizan las pasturas, las que se encuentran sujetas a variaciones climáticas y estacionales (22, 10).

Cuando se decide incrementar la producción o cuando el forraje escasea entra en juego la suplementación para cubrir la brecha entre la demanda y la oferta alimenticia.

La suplementación energética a rumiantes en pastoreo actúa como un complemento de la pastura y tiene la particularidad que generalmente la ingestión de suplemento modifica en mayor o menor grado el consumo de pastura (4, 29, 14, 26, 9, 22) en una proporción denominada tasa de sustitución (TS) (29, 14, 26, 9).

Los modelos tradicionales de programación lineal para formular raciones al mínimo costo (cuadro 1) no consideran la sustitución forraje - concentrado, ya que están diseñados generalmente para formular dietas completas (5, 6, 2, 8, 13,

24, 25, 30) y no suplementos para animales en pastoreo, aunque se han desarrollado modelos muy ingeniosos que contemplan muchos de los hechos biológicos de la realidad (19, 6, 5, 2, 8, 24, 25, 30). La inclusión de la TS en el cálculo puede arrojar resultados muy diferentes al de los planteos tradicionales.

El objetivo del presente trabajo es presentar un modelo de programación lineal que incluya la TS forraje - suplemento en la formulación de raciones al mínimo costo para la suplementación de rumiantes a pastoreo.

**Cuadro 1.** Modelo clásico básico de programación lineal para formular raciones al mínimo costo.

Minimizar	$\sum \$j * Xj$	
sujeto a :	$\sum Xj$	$\leq CMS$
	$\sum EMj * Xj$	$= req\_EM$
	$\sum PBj * Xj$	$\geq req\_PB$
donde:		
	$Xj =$ cantidad del j-esimo alimento en la dieta	
	$\$j =$ costo por unidad del j-esimo alimento	
	$EMj =$ contenido del energía del j-esimo alimento	
	$PBj =$ contenido de proteína del j-esimo alimento	
	$CMS =$ máximo consumo de materia seca	
	$req\_EM, req\_PB =$ requerimiento energético y proteico respectivamente	

Recibido: 08/09/03 Aprobado: 29/03/04

<sup>1</sup> DMTV, actividad privada. Manuel Oribe 389, Artigas - Uruguay; CP 55000; e-mail: srvet@adinet.com.uy

## PLANTEO GENERAL DEL MODELO

En el cuadro 2 se presenta en forma de tabla el planteo genérico del modelo propuesto.

La primera restricción del modelo asigna el consumo exclusivamente de dieta base que tendrían los animales si no fuesen suplementados, es simplemente una restricción de anclaje en cantidad, en el modelo el consumo a pastoreo sin suplementación es una constante en las restricciones que debe ser proporcionada por el usuario. La estimación del consumo a pastoreo siempre es dificultosa dada la compleja interacción pastura - animal (9, 22), existiendo extensas revisiones sobre la estimación del consumo a pastoreo (16, 9) con una amplia variedad de

métodos, técnicas y modelos (ej. 27, 28, 12, 18, 1, 3, 11, 15, 9).

La segunda restricción contempla la TS en el consumo de la dieta base, basado en el hecho que por definición:

$$P_s = P_o - (\sum TS_j * X_j)$$

La TS es muy variable, dependiendo entre otros factores de la calidad y cantidad tanto de la dieta base como del suplemento (9, 29, 26, 22, 10). Existen diferentes procedimientos para estimarla, generalmente se la estima directamente mediante ecuaciones (4, 14, 29, 26) o por diferencia entre la estimación del consumo de pastura sin y con suplementación (12, 27, 28, 20). Recientemente se han realizado extensas revisiones (4, 20, 7) sobre el efecto de la suplementación en

el consumo de forraje, la tasa de sustitución, la digestibilidad de la dieta y la performance animal.

La tercera restricción establece el máximo consumo permitido de suplemento, mientras que la cuarta y quinta restricción contemplan respectivamente los requerimientos energéticos y proteicos de los animales.

Como se puede apreciar (cuadro 2) el modelo es flexible y fácilmente modificable, pudiéndose incorporar sin muchos cambios restricciones no contempladas en el planteo general, como por ejemplo establecer un límite máximo de consumo de MS por día, máximo y mínimo consumo de un determinado suplemento, determinada relación forraje - concentrado, contenido de calcio y fósforo de la dieta, etc.

**Cuadro 2.** Modelo general de programación lineal para formular raciones al mínimo costo para la suplementación de rumiantes a pastoreo.

Variables	$P_o$	$P_s$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	$X_j$	
Función objetivo (minimizar)		$\$P$	$\$1$	$\$2$	$\$3$	...	$\$j$	
sujeto a:								
restricción 1:	1							= CMS_P
restricción 2:	1	-1	-TS1	-TS2	-TS3	...	-TSj	= 0
restricción 3:			1	1	1	...	1	≤ Max CMS_R
restricción 4:		EMp	EM1	EM2	EM3	...	EMj	= req_EM
restricción 5:		PBp	PB1	PB2	PB3	...	PBj	≥ req_PB

donde:

$P_o, P_s$  = cantidad consumida de pastura (dieta base) sin y con suplementación respectivamente

$X_j$  = cantidad del j-esimo suplemento en la dieta

$\$P$  = costo por unidad de la dieta base

$\$j$  = costo por unidad del j-esimo suplemento

TS1 ... TSj = tasa de sustitución del j-esimo suplemento

EMp = contenido de energía de la dieta base

EM1 ... EMj = contenido de energía del j-esimo suplemento

PBp = contenido de proteína de la dieta base

PB1 ... PBj = contenido de proteína del j-esimo suplemento

CMS\_P = consumo de la dieta base sin suplementación

Max CMS\_R = máximo consumo de suplemento permitido

req\_EM, req\_PB = requerimiento energético y proteico respectivamente

La precisión en la salida del modelo propuesto esta condicionada por la precisión con la cual se estime el consumo de pastura y la tasa de sustitución de los suplementos, los cuales a su vez varían en exactitud según el método empleado.

Los resultados de los problemas lineales presentados en este trabajo fueron obtenidos mediante el empleo de un software específico (ProLin DOS Ver. 3.3) desarrollado por uno de los autores.

### EJEMPLO PRÁCTICO DE APLICACIÓN DEL MODELO

Considérese el siguiente caso hipotético. Se desea formular una ración para

vacas lecheras en producción (550 kg peso vivo, producción promedio diaria 21 kg de leche corregida al 4% de grasa) cuya dieta base es una pradera convencional de 3er año (68% digestibilidad, 18% PB, 45% FND) con un nivel de oferta forrajera diaria (NOF) por animal del 4.5% de su peso vivo, con una utilización de la pastura estimada en 65%. Según el NRC (21) los requerimientos para dicha categoría y nivel de producción son de 24.5 Mcal ENI/día y 2.5 kg PB/día. Se desea que el consumo de suplemento no supere el 1.5% del peso vivo ( $550 * 0.015 = 8.25$  kg MS). En el cuadro 3 se listan los alimentos disponibles.

Mediante el algoritmo *Plest* descrito por Vazquez y Smith (28) se estimó el consumo de pastura sin suplementación en 14.7 kg MS/día. Dicho algoritmo básicamente consiste en asignar como consumo voluntario a pastoreo al menor valor obtenido entre la estimación del consumo por llenado físico, por requerimientos energéticos y por disponibilidad de la pastura.

En los cuadros 4 y 5 se presenta el planteo y solución del problema lineal con el modelo propuesto y el tradicional respectivamente.

**Cuadro 3.** alimentos disponibles.

'Alimento	Dig. <sup>1</sup> (%)	ENI <sup>2</sup> (Mcal/kgMS)	PB <sup>1</sup> (%)	Costo <sup>1</sup> (US\$/kgMS)	TS <sup>3</sup>
Pradera (dieta base)	68	1.55	18	0.013	---
Heno de alfalfa	65	1.47	20	0.036	1.09
Silo de maíz	64	1.45	6.5	0.05	1.12
Sorgo	77	1.77	8.8	0.06	0.72
Afrechillo de arroz	69	1.57	15.5	0.12	0.97
Ración comercial	80	1.84	16	0.17	0.63

(<sup>1</sup>) Rosso (23); (<sup>2</sup>) estimada en base a la digestibilidad según NRC (21); (<sup>3</sup>) estimada por la ecuación de Hopkins (1985, según 26).

**Cuadro 4.** Planteo del problema lineal con el modelo propuesto.

Variables	Po	Ps	X1	X2	X3	X4	X5
Minimizar	0	0.013	0.036	0.050	0.060	0.120	0.170
sujeto a:	1	0	0	0	0	0	0 = 14.7 kg MS
	1	-1	-1.09	-1.12	-0.72	-0.97	-0.63 = 0
	0	0	1	1	1	1	1 ≤ 8.25 kg MS
	0	1.55	1.47	1.45	1.77	1.57	1.84 = 24.5 Mcal ENI
	0	0.180	0.200	0.065	0.088	0.155	0.160 ≥ 2.5 kg PB
<b>Resultados</b>	<b>14.700</b>	<b>12.812</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>2.622</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Costo total de la dieta = 0.324 US\$/ animal/día

donde:

Po, Ps = pradera sin y con suplementación respectivamente

X1 ... X5 = heno de alfalfa, silo de maíz, sorgo, afrechillo de arroz y ración comercial respectivamente

**Cuadro 5.** Planteo del problema lineal con el modelo tradicional.

<i>Variables</i>	<i>Po</i>	<i>X1</i>	<i>X2</i>	<i>X3</i>	<i>X4</i>	<i>X5</i>	
<i>Minimizar</i>	0.013	0.036	0.050	0.060	0.120	0.170	
<i>sujeto a:</i>	1	0	0	0	0	0	< 14.7 kg MS
	0	1	1	1	1	1	≤ 8.25 kg MS
	1.55	1.47	1.45	1.77	1.57	1.84	= 24.5 Mcal ENI
	0.180	0.200	0.065	0.088	0.155	0.160	≥ 2.5 kg PB
<b>Resultados</b>	<b>14.700</b>	<b>1.167</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	

Costo total de la dieta = 0.233 U\$S/ animal/día

donde:

Po = pradera sin suplementación

X1 ... X5 = heno de alfalfa, silo de maíz, sorgo, afrechillo de arroz y ración comercial respectivamente

## DISCUSIÓN

Si se resuelve el ejemplo hipotético por medio del planteo propuesto y el tradicional y se comparan los resultados se puede observar que arrojan valores muy diferentes.

A pesar que matemáticamente el planteo tradicional formula una ración de menor costo (0.233 vs. 0.324 U\$S/animal/día) en realidad es aparente pues lo hace a expensas del uso de suplementos sin considerar su efecto sobre el consumo de la dieta base (14.700 vs. 12.812 kg MS), lo cual ocasiona una mayor asignación de pastura (alimento de menor costo por unidad de nutrientes) de la que podrían consumir los animales suplementados, violándose así restricciones de

orden biológico que evidentemente no son consideradas por estos modelos (cuadro 1) ya que están diseñadas para formular dietas completas (5, 6, 2, 13, 8, 24, 25, 30), no tratan a la pastura como una dieta base si no como un alimento mas, cuyo consumo no se vería afectado por la ingestión de los demás alimentos.

En la figura 1 se puede apreciar como a medida que los suplementos X3 y X1 van incrementando su participación en la dieta va cambiando la relación entre el consumo de energía y el costo total. Ambos suplementos al incrementar su participación incrementan el costo total, pero por efecto de la TS mientras el suplemento X3 incrementa el consumo de energía el suplemento X1 lo disminuye.

Los modelos lineales para formular raciones al mínimo costo buscan (dentro de las restricciones impuestas) incluir en la solución aquellos alimentos que presentan el menor costo por unidad de nutriente (17). Esto es para los modelos tradicionales buscar aquellos alimentos que presenten el mayor cociente entre unidades de nutriente y costo por kg/MS ( $N_{ij}/\$j$ ), donde  $N_{ij}/\$j$  son las unidades del nutriente  $i$  ( $N_i$ ) por unidad monetaria (\$) que aporta el alimento  $j$ .

En cambio al considerarse la TS, el modelo propuesto busca aquellos alimentos que presenten el mayor cociente  $\Delta(N_{ij}/\$j)$ :

$$\Delta(N_{ij}/\$j) = \frac{N_i \text{ suplemento } j - (TS_j * N_i \text{ pastura})}{\$ \text{ suplemento } j - (TS_j * \$ \text{ pastura})}$$

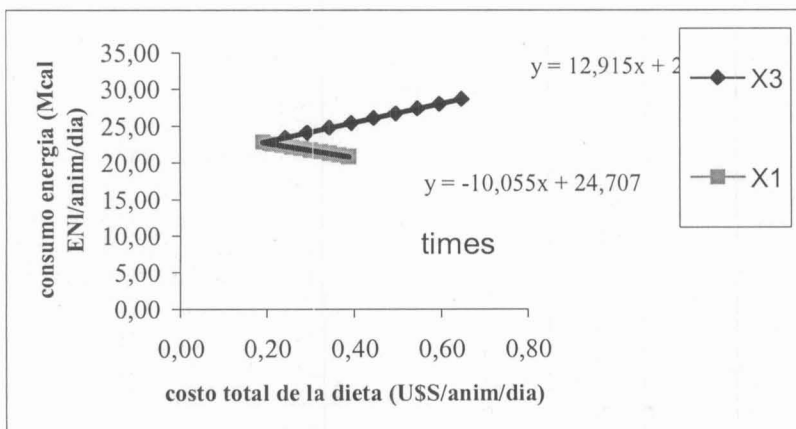
donde:

$\Delta(N_{ij}/\$j)$  = unidades del nutriente  $i$  ( $N_i$ ) que aporta el suplemento  $j$  por cada unidad monetaria (\$).

$N_i$  suplemento  $j$ ,  $N_i$  pastura = unidades del nutriente  $i$  que aporta el suplemento  $j$  y la pastura (dieta base) respectivamente.

$\$$  suplemento  $j$ ,  $\$$  pasturas = costo por kg de MS del suplemento  $j$  y de la pastura respectivamente.

$TS_j$  = tasa de sustitución del suplemento  $j$ .



**Figura 1.** Cambios en el consumo de energía y costo total de la dieta para niveles creciente de suplementación (0 a 9 kg suplemento/animal/día)

**Cuadro 6.** Comparación de los valores de los criterios de selección del modelo propuesto y tradicional respectivamente donde  $N_i$  representa el contenido de energía.

Suplemento	$\Delta (N_{ij}/\$j)$	$N_{ij}/\$j$
X1	-10.05	40.83
X2	-8.07	29.00
X3	12.91	29.50
X4	0.62	13.08
X5	5.34	10.82

Se puede apreciar que la pendiente de la recta en la figura 1 es equivalente al cociente  $\Delta (N_{ij}/\$j)$ , donde en este caso  $N_i$  representa el contenido de energía. Nótese que si no existiera sustitución ( $TS = 0$ ) el cociente  $\Delta (N_{ij}/\$j)$  se transformaría en el cociente explorado por los modelos tradicionales  $N_{ij}/\$j$ .

En el cuadro 6 se puede apreciar como los modelos buscan incluir en la solución aquellos alimentos que presenten el cociente empleado más favorable, para los modelos tradicionales  $N_{ij}/\$j$  y para el propuesto  $\Delta (N_{ij}/\$j)$ .

Dado que en el ejemplo la única limitante es la energía el criterio de selección se basa en considerar solo el costo de este nutriente, para casos en que existan más nutrientes limitantes (conflicto entre restricciones) los

modelos si bien emplean el mismo criterio de selección balancean los costos relativos por nutriente de cada alimento, para incluir en la solución aquellos que a la vez satisfagan todas las restricciones y minimicen la función objetivo.

## CONCLUSIÓN

El modelo propuesto en este trabajo es de fácil implementación e interpretación, considera la interacción biológica forraje - suplemento y cuantifica su efecto sobre el consumo de la dieta base, permitiendo al resolver el problema lineal obtener teóricamente una ración al mínimo costo adecuada para los sistemas pastoriles. No considerar la TS en la suplementación de animales a pastoreo conduce a una sobrestimación del aporte de nutrientes de la pastura a la dieta total y en consecuencia a una subestimación del costo total de la dieta.

## Referencias Bibliográficas

- Aguirrezabala, M.; y Oficialdegui, R.** (1993): "Simulación del consumo bovino y ovino en condiciones de pastoreo". *Producción Ovina* 6:88-110.
- Ariza, E.; Hughes, H.** (1976). "Formulating least -cost *ad-libitum* rations for growing beef cattle". *En: First International Symposium Feed Composition, Animal Nutrient Requirements, and Computerization of Diets, July 11-16, 1976, Utah State University, Logan, Utah, USA*, pp. 625-630.
- Baker, R. D.** (1982). "Estimating herbage intake from animal performance". *En: J. D. Leaver (Ed): Herbage Intake Handbook, British Grassland Society*, pp 77-93.
- Bargo, F.; Muller, L.; Kolver, E.; y Delahoy** (2003): "Invited review: Production and Digestion of supplemented dairy cows on pasture" *J. Dairy Sci.* 86:1-42.
- Black, J. R. ; Hlubik, J.** (1980). "Basics of computerized linear programs for ration formulation". *J. Dairy Sci.* 63:1366-1378.
- Black, J. R.; Fox, D. G.** (1976): "Taking account of variation in nutrient values in least-cost ration formulation". *En: First International Symposium Feed Composition, Animal Nutrient Requirements, and Computerization of Diets, July 11-16, 1976, Utah State University, Logan, Utah, USA*, pp. 580-587.
- Canton, J.; y Dhuyvetter, D.** (1997): "Influence of energy supplementation on grazing ruminants: requirements and responses" *J. Anim. Sci.* 75:533-542.
- Carlson, D. E.** (1976). "Computerized ration formulation and gain simulation for profit maximization in beef feedlots". *En: First International Symposium Feed Composition, Animal Nutrient Requirements, and Computerization of Diets, July 11-16, 1976, Utah State University, Logan, Utah, USA*, pp. 643-649.
- Forbes, J. M.** (1995). "Voluntary food intake and diet selection in farm animals". *CAB International, Wallingford, UK*, pp 532.
- Galyean, M.; y Goetsch, A.** (1993). "Utilization of forage fiber by ruminants". *En: H. G. Jung, D. R. Buxton, R. D. Hatfield, y J. Ralph (Ed.) Forage cell wall structure and digestibility, ASA-CSSA-SSSA, Madison*, pp. 33-71.
- Hodgson, J.** (1982): "Ingestive behaviour". *En: J. D. Leaver (Ed): Herbage Intake Handbook, British Grassland Society*, pp 113-138.
- Hyer, J.; Oltjen, J.; y Galyean, M.** (1991). "Development of a model to predict forage intake by grazing cattle" *J. Anim. Sci.* 69:827-835.
- Islabão, N.; y Rutz, F.** (1994). "Manual de cálculo de rações para os animais domésticos", 6ª Edição, Ed. Hemisferio Sul do Brasil, p. 204.

14. **Jarrige, R.; Demarquilly, C.; Dulphy, J. P.; Hoden, A.; Robelin, J.; Beranger, C.; Geay, Y.; Journet, M.; Malterre, C.; Micol, D.; Petit, M.** (1986). "The INRA "Fill Unit" system for predicting the voluntary intake of forage-based diets in ruminants: A review", *J. Anim. Sci.* 63:1737-1758.
15. **Le Du, Y.; y Penning, P.** (1982). "Animal based techniques for estimating herbage intake". *En: J. D. Leaver* (Ed): *Herbage Intake Handbook*, British Grassland Society, pp 37-75.
16. **Leaver, J.** (1982). "Herbage intake handbook", British Grassland Society, pp 143.
17. **Luenberger, D.** (1988). "Programación lineal y no lineal", Ed. Addison-Wesley Iberoamericana S.A., EUA, pp. 499.
18. **Meijs, J.; Walters, R.; y Keen, A.** (1982). "Sward methods". *En: J. D. Leaver* (Ed): *Herbage Intake Handbook*, British Grassland Society, pp 11-36.
19. **Mertens, D. R.; Dado, R. G.** (1993). "System of equations for fulfilling net energy and absorbed protein requirements for milk component production". *J. Dairy Sci.* 76: 3464-3478.
20. **Moore, J.; Brant, M.; Kunkle, W.; y Hopkins, D.** (1999). "Effects of supplementation on voluntary forage intake, diet digestibility, and animal performance". *J. Anim. Sci.* 77(Supl. 2):122-135.
21. **NRC** (1989). "Nutrient requirements of dairy cattle", 6th revised edition, Washington D.C., National Academy Press, pp. 157.
22. **Romney, D. L.; Gill, M.** (2000). "Intake of forages". *En: D. I. Givens, E. Owen, R. F. E. Axford, H. M. Omed* (Eds): *Forage evaluation in ruminant nutrition*, CAB International, Wallingford, UK, pp. 43-62.
23. **Rosso, A.** (2000). "La economía de los forrajes y su utilización estratégica", *Revista del Plan Agropecuario*, N°91, Bimestre mayo - junio 2000, pp.24-28.
24. **Rotz, C.; Mertens, D.; Buckmaster, D.; Allen, M.; y Harrison, J.** (1999). "A dairy herd model for use in whole farm simulations" *J. Dairy Sci.* 82: 2826-2840.
25. **Tedeschi, L.; Fox, D.; Chase, L.; Wang, S.** (2000). "Whole-herd optimization with the Cornell net carbohydrate and protein system. I. Predicting feed biological values for diet optimization with linear programming" *J. Dairy Sci.* 83: 2139-2148.
26. **Thomas, C.** (1988). "Factors affecting substitution rates in dairy cows on silage based rations". *En: W. Haresign, D. J. A.* (Eds): *Recent developments in ruminant nutrition 2*, Ed. Butterworths, England, pp. 223-234.
27. **Vazquez, O.; y Smith, T.** (2000). "Factors affecting pasture intake and total dry mater intake in grazing dairy cows" *J. Dairy Sci.* 83: 2301-2309.
28. **Vazquez, O. y Smith, T.** (2001). "Evaluation of alternative algorithms used to simulate pasture intake in grazing dairy cows" *J. Dairy Sci.* 84:860-872.
29. **Waldo, D.** (1986). "Effect of forage quality on intake and forage-concentrate interactions" *J. Dairy Sci.* 69:617-631.
30. **Wang, S.; Fox, D.; Cherney, D.; Chase, L.; y Tedeschi, L.** (2000). "Whole-herd optimization with the Cornell net carbohydrate and protein system. II. Allocating homegrown feeds across the herd for optimum nutrient use" *J. Dairy Sci.* 83: 2149-2159.